УДК 351.74.1

DOI 10.21685/2307-4205-2017-4-1

МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ СПУСКАЕМОГО АППАРАТА[1]

В. В. Дикусар, М. Кошька, А. Фигура

Введение

При входе космического летательного аппарата (КЛА) в атмосферу повышение надежности достигается за счет выбора формы КЛА, материала обшивки и геометрии оптимальной траектории. В этом случае должны выполняться определенные ограничения, наложенные на динамический режим полета.

В первую очередь эти ограничения относятся к аэродинамическим силам, действующим на КЛА. Если угол атаки на КЛА постоянный, а распределение коэффициента давления c_p на поверхности КЛА не изменяется или почти не изменяется в процессе полета, что характерно во многих случаях для гиперзвукового участка траектории, то ограничения $X < X_{\text{ДОП}}$ и $Y < Y_{\text{ДОП}}$, налагаемые на аэродинамические силы из условий прочности конструкции КЛА, сводятся к ограничению на величину скоростного напора

$$\frac{\rho V^2}{2} = q \le q_{\text{ДОП}} = \min\left(\frac{X_{\text{ДОП}}}{c_x S}, \frac{Y_{\text{ДОП}}}{c_y S}\right). \tag{1}$$

Значения c_x и c_y при упомянутых предположениях практически постоянны. Масса КЛА при прочих равных условиях в данном случае играет второстепенную роль. Поскольку статические аэродинамические нагрузки уравновешиваются распределенными силами инерции, пропорциональными массовой плотности КЛА, то при пропорциональном изменении этой плотности условия нагрузки на конструкцию КЛА не изменяются, и некоторую роль может сыграть лишь перераспределение массовой плотности.

В том случае, когда на борту КЛА находится экипаж, важно обеспечить ограничения, наложенные на значения перегрузки, которой подвергаются члены экипажа. Перегрузка определяется отношением аэродинамической силы (включая и силу тяги, если КЛА снабжен двигательной установкой) к весу КЛА на Земле. Так, полная перегрузка равна

$$n = \frac{R}{m g_3}, \tag{2}$$

где R – суммарная аэродинамическая сила.

[1] Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (код проекта 15-07-08952).

Существенную роль играет и направление перегрузки. Если угол атаки КЛА практически постоянен и условия обтекания неизменны, то направление действия перегрузки определено, и условие $n \le n_{\text{ДОП}}$ сводится к условию

$$\frac{q}{m} = \left(\frac{q}{m}\right)_{\text{ДОП}}. \tag{3}$$

Процесс входа в атмосферу КЛА сопровождается интенсивным нагреванием. Обычно различают конвективные и радиационные тепловые потоки.

Максимальное значение $q_{\text{КЛ}}$ или $q_{\text{КТ}}$, достигаемое в процессе полета, является одним из главных критериев, определяющих напряженность теплового режима на траектории входа в атмосферу. Другим не менее важным критерием является полное количество тепла, подводимое к данной точке КЛА во время спуска:

$$Q_{\text{КЛ}} = \int_{t_0}^{T} q_{\text{КЛ}} dt \tag{4}$$

или

$$Q_{\text{КТ}} = \int_{t_0}^{T} q_{\text{КТ}} dt,$$

здесь $q_{\text{КЛ}}$ – конвективный тепловой поток, подводимый к единице площади в единицу времени в случае ламинарного пограничного слоя, а $q_{\text{КТ}}$ – соответствующая величина для турбулентного пограничного слоя.

Соответствующие оценки для указанных величин приведены в работе [1].

Требования о достижении минимума максимального значения q_K или минимума значения Q_K оказываются противоречивыми: в первом случае желательно, чтобы траектория входа в атмосферу была возможно более пологой, во втором случае – возможно более крутой.

Чтобы отдать предпочтение тому или иному критерию или найти разумный компромисс между ними, необходимо принять во внимание способ теплозащиты, применяемый для данного конкретного КЛА.

Если поверхность КЛА сделана из материала с очень высокой температурой плавления и большим коэффициентом черноты ε, то создается возможность отвода большей части количества тепла, поступающего к КЛА путем лучеиспускания с поверхности КЛА. Лучистый поток тепла, исходящий от нагретой до температуры T_w (по шкале Кельвина) поверхности КЛА, определяется формулой

$$q_{\text{изл}} = \varepsilon\sigma T_w^4, \tag{5}$$

где $\varepsilon \le 1;\ \sigma = 1{,}35 \cdot 10^{-11}$ ккал$/\left(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^4\right)$ – постоянная Стефана – Больцмана.

При достаточно медленном нарастании теплового потока q_K или достаточно малой теплоемкости защитного слоя КЛА можно считать, что

$$q_{\text{изл}} \approx k q_K, \tag{6}$$

где k – коэффициент, близкий к единице (несколько меньший единицы). Равенство (6) позволяет оценить так называемую *равновесную* температуру данной точки поверхности КЛА

$$T_w \approx \sqrt[4]{\frac{k q_K}{\varepsilon\sigma}} \tag{7}$$

(во многих случаях для грубой оценки принимают $k = 1$).

Другой способ отвода тепла от КЛА предусматривает разрушение и унос (*абляцию*) части теплозащитного слоя. В этом случае нет необходимости стремиться к повышению температуры плавления материала теплозащитного слоя. При нагревании поверхности КЛА до температуры плавления начинается процесс абляции: материал поверхности плавится и или даже сублимирует из твердого состояния в газообразное. Начало и конец процесса абляции приближенно определяются условием

$$T_w = T_{\text{абл}}, \tag{8}$$

где $T_{\text{абл}}$ – температура, при которой начинается абляция поверхности. В этом случае значительная часть материала поверхности КЛА уносится в поток. Расчет общей массы разрушаемого теплозащитного покрытия достаточно сложен, поскольку при уносе массы возникает дополнительный *экранирующий эффект* и конвективный тепловой поток к КЛА уменьшается.

Для очень грубой сравнительной оценки напряженности тепловых режимов можно использовать следующую процедуру. Температура заданной точки поверхности КЛА считается равновесной, т.е. определяется из соотношения (7), если она не превышает температуры абляции $T_{\text{абл}}$. Если вычисленная равновесная температура в интервале времени (t_1, t_2) превышает $T_{\text{абл}}$, то температура поверхности принимается равной $T_{\text{абл}}$ и вычисляется интеграл

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} \left[q_K - q_{\text{изл}}\left(T_{\text{абл}}\right) \right] dt\,. \tag{9}$$

Интересно отметить, что интеграл можно уменьшить до малых значений двумя кардинально различными путями. Первый из них связан с выбором возможно более крутой траектории входа в атмосферу и сокращением времени полета. Второй путь, напротив, предусматривает выбор возможно более пологой траектории входа, с тем, чтобы максимальная равновесная температура лишь ненамного превышала температуру плавления или вообще не достигла температуры плавления.

В случае, если разрушение поверхности КЛА неприемлемо, допустимыми являются только пологие траектории. При больших скоростях полета (порядка второй космической и выше) существенную или даже преобладающую роль приобретает радиационный тепловой поток $q_{\text{РАД}}$ от газа за скачком уплотнения, нагретого до высокой температуры, поступающий на поверхность носовой части тела.

Значение $q_{\text{РАД}}$ обычно аппроксимируют формулами типа

$$q_{\text{РАД}} = c_{\text{РАД}} r \rho^m V^n, \tag{10}$$

где значения $c_{\text{РАД}}, m$ и n берутся различными для различных диапазонов изменения скорости: $m = 1{,}3 \div 1{,}8$; $n = 7 \div 20$. В отличие от конвективных тепловых потоков значение $q_{\text{РАД}}$ возрастает с ростом r, поскольку толщина слоя нагреваемого газа примерно пропорциональна r, где r – радиус сферической носовой части, ρ – плотность атмосферы.

Постановка задачи

Рассматривается задача о выборе угла атаки аппарата, тормозящегося в атмосфере при минимизации суммарного теплового потока с учетом ограничений на величину полной перегрузки скоростного напора (1). Решение указанных задач позволяет определить маневренные возможности аппарата [1].

Суммарное количество тепла определяется интегралом

$$q = \int_0^T C V^3 \rho^{1/2} dt \tag{11}$$

Требуется выбрать управление $C_y(t)$, доставляющее минимум $q(T)$ (11) при следующих ограничениях:

$$n_{\sum} = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}\, q\frac{S}{G} \le N,\ q = \frac{\rho V^2}{2},\ G = mg; \tag{12}$$

$$C_y^{\min} \le C_y \le C_y^{\max}, \qquad C_x = C_{xo} + kC_y^2; \tag{13}$$

$$\rho = \rho_0 e^{-\beta H}, \qquad g = g_0 \frac{R^2}{(R+H)^2}, \qquad \dot{V} = -C_x q\frac{S}{m} - g\sin\theta; \tag{14}$$

$$\dot{\theta} = C_y q\frac{S}{mV} + \left(\frac{V}{R+H} - \frac{g}{V}\right)\cos\theta, \qquad \dot{H} = V\sin\theta,\ \dot{L} = \frac{RV\cos\theta}{R+H}, \tag{15}$$

где $n_{\sum}$ – полная перегрузка; – скоростной напор; ρ – плотность атмосферы; V – скорость аппарата; θ – угол наклона траектории; H – высота полета; G – вес аппарата; m – масса; g – ускорение силы тяжести на поверхности планеты; R – радиус планеты; C_x – коэффициент лобового сопротивления; C_y – коэффициент подъемной силы; S – характерная площадь аппарата; $C_{xo},\ k,\ \rho_0, \beta,\ C, C_y^{\min}, C_y^{\max},\ N$ – постоянные величины.

Для системы (11)–(15) заданы начальные условия

$$V(0) = V_0, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad H(0) = H_0, \quad L(0) = L_0, \quad q(0) = 0. \tag{16}$$

Граничные условия имеют вид

$$L(T) = a, \quad V(T) = V_1, \quad \theta(T) = \theta_1, \quad H(T) = H_1,\ T \text{ – не фиксировано.} \tag{17}$$

где a – параметр.

Заметим, что ограничение (11) выполняется автоматически из условий (12), (13).

Принцип максимума (регулярный случай)

Пусть спускаемый аппарат приходит из начального состояния (16) в конечное положение (17) оптимальным образом в смысле минимума или максимума дальности в предположении, что на оптимальной траектории выполнено условие регулярности [2, 3]. В нашем случае условие регулярности эквивалентно условию

$$\frac{\partial n_{\sum}}{\partial C_y} \ne 0,\ n_{\sum} = N. \tag{18}$$

В этом случае принцип максимума имеет следующий вид:

$$\Pi = P_\theta \theta^{\bullet} + P_H H^{\bullet} + P_V V^{\bullet} + P_L L^{\bullet}, \qquad \Pi_1 = \Pi - \lambda(t)\left(n_{\sum} - N\right), \tag{19}$$

$$P_\theta^{\bullet} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \theta}, \quad P_V^{\bullet} = -\frac{\partial \Pi}{\partial V}, \quad P_H^{\bullet} = -\frac{\partial \Pi}{\partial H}, \quad P_L^{\bullet} = -\frac{\partial \Pi}{\partial L}, \quad P_q^{\bullet} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q}, \tag{20}$$

здесь $\lambda(t)$ – множитель Лагранжа, который определяется из условия Блисса [2, 3]; Π – функция Понтрягина, Π_1 – функция Лагранжа:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_y} - \lambda(t)\frac{\partial n_{\sum}}{\partial C_y} = 0, \tag{21}$$

$P_\theta, P_V, P_H, P_L, P_q$ – соответствующие сопряженные переменные. Для ограничения типа неравенств (12) выполнено условие дополняющей нежесткости

$$\lambda(t)\left(n_{\sum} - N\right) = 0. \tag{22}$$

Так как система (11), (15) автономна и на время спуска никаких ограничений не накладывается, то функция Понтрягина (19) тождественно равна нулю, т.е.

$$\Pi(P,x,u) \equiv 0, \quad u = C_y, \quad x = \left(\theta, V, H_y, L\right), \quad P = \left(P_\theta, P_V, P_H, P_L, P_q\right). \tag{23}$$

Сопряженная переменная $P_q(t)$ нормируется условием

$$P_q(t) = -1. \tag{24}$$

Из $P_q^{\bullet} = 0$ (20) следует $P_q(t) \equiv 1$ на всей оптимальной траектории.

Начальные условия для системы (20) неизвестны и являются параметрами задачи. Условия $P_q(t) \equiv -1$ и $\Pi(P,x,u) \equiv 0$ (2.6) по существу определяют три свободных параметра

$$P_\theta(0) = C_1, \quad P_V(0) = C_2, \quad P_L(0) = C_3 \tag{25}$$

так как $P_H(0)$ определяется из условия $\Pi(P,x,u) \equiv 0$.

В этом случае число контролируемых в конце траектории функций (17) совпадает с числом свободных параметров задачи (11)–(17), (19), (20), поскольку время T не фиксировано и является свободным параметром.

Согласно принципу максимума программа управления выбирается из условия

$$\Pi \to \max_{C_y}, \quad \text{при} \quad q(T) \to \min. \tag{26}$$

Выпишем ту часть функции Понтрягина (19), которая явно зависит от управления $C_y(t)$

$$\Pi_0 = P_\theta \frac{C_y \rho V S}{2m} - P_V \frac{C_x \rho V^2 S}{2m}. \tag{27}$$

Управление $C_y(t)$ может принимать не только концевые значения (13), но также и промежуточное, которое определяется из условия

$$\frac{\partial \Pi_0}{\partial C_y} = 0, \qquad C_y^* = \frac{P_\theta}{2kP_V V}, \qquad C_y^{\min} \le C_y^* \le C_y^{\max}. \tag{28}$$

Вычислим теперь три значения Π_0 (27)

$$\Pi_1 = \Pi_0\left(C_y^{\min}\right), \quad \Pi_2 = \Pi_0\left(C_y^{\max}\right), \quad \Pi_3 = \Pi_0\left(C_y^*\right)$$

и определим соответствующие минимальные и максимальные величины Π_0

$$\Pi_0^{\min} = \min\left\{\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3\right\}. \tag{29}$$

Соотношения (29) определяют характер оптимального управления для задачи Понтрягина, т.е. при условии $n_{\sum} < N$. Решение поставленной задачи значительно упрощается, если правый конец траектории контролируется условием

$$H(T) = H_1. \tag{30}$$

В этом случае решение краевой задачи (11), (17) определяется граничными условиями

$$\theta(T) = \theta_1, \qquad V(T) = V_1,\ L(T) = a \tag{31}$$

и зависит от трех произвольных постоянных C_1, C_2 и C_3 (25).

Таким образом, исходная задача сводится к трехпараметрической краевой задаче (11), (16), (20), (25), (31), а оптимальное управление $C_y(t)$ определяется в каждой точке t согласно принципу максимума (29).

Ограничение на перегрузку

Учет ограничений на перегрузку (12) существенно увеличивает трудности получения решения даже в регулярном случае. Первая проблема связана с вычислением множителя Лагранжа $\lambda(t)$ (21). При итеративном поиске оптимальной траектории наблюдается значительный рост множителей Лагранжа при $C_y(t) \to 0$. Указанную трудность можно преодолеть в рамках регуляризации или теории сингулярно-возмущенных систем.

Вторая проблема в задачах оптимального управления при наличии ограничений типа неравенств связана с определением геометрии оптимальной траектории или, другими словами, множества активных индексов. Этот вопрос в определенной степени решается для задач, линейных по управлению. При этом исходная задача дискретизуется и затем решается задача линейного программирования большой размерности. Ее решение дает возможность оценить геометрию оптимальной траектории. При этом сужается число возможных альтернатив в характере оптимальной траектории. На базе полученного решения можно построить гипотезу о геометрии оптимальной траектории. Затем оптимальную траекторию можно проверить на оптимальность, используя принцип максимума [2, 3].

Следует заметить, что при решении задачи линейного программирования также появляются серьезные проблемы вычислительного характера, связанные с некорректностью рассматриваемой задачи.

В поставленной задаче трудность определения геометрии оптимальной траектории связана с определением момента схода с ограничения $n_{\sum} = N$ (12).

Заметим, что суммарная перегрузка $n_{\sum}$ (12) имеет две компоненты n_x и n_y. Первая называется продольной перегрузкой, а вторая – нормальной:

$$n_y = \frac{\rho V^2 S}{2mg_0} C_y, \qquad n_x = \frac{\rho V^2 S}{2mg_0} C_x, \qquad n_{\sum} = \sqrt{n_x^2 + n_y^2}\,. \tag{32}$$

Вместо ограничения (12) введем новое ограничение

$$|n_y| + n_x \le N_1, \qquad |n_y| + n_x - N_1 = \phi(x,u) \le 0\,. \tag{33}$$

При соответствующем выборе N_1 из справедливости неравенства (33) заведомо будет выполнено ограничение (12). Указанный факт следует из неравенства

$$N_1 \ge \big[|n_y| + |n_x|\big] \ge \sqrt{n_x^2 + n_y^2}\,, \tag{34}$$

причем равенство достигается при $C_y = 0$.

Вычислим теперь производную $\phi(x,u)$ (33) по C_y

$$\frac{\partial \phi}{\partial C_y} = \frac{\rho V^2 S}{2mg_0}\left[sign C_y + 2kC_y \right]. \tag{35}$$

В этом случае множитель Лагранжа $\lambda(t)$ для ограничения $\phi(x,u)\le 0$ (33) определяется по формуле

$$\lambda(t)=\frac{2\left(\frac{P_\theta}{2}-kP_V C_y V\right)g_0}{V\left[signC_y+2kC_y\right]}\ . \tag{36}$$

Необходимые условия экстремума в нерегулярном случае

Рассмотрим теперь случай, когда оптимальная траектория содержит интервал, где $n_\Sigma = N$, и на этом интервале в какой-нибудь точке $\frac{\partial n_\Sigma}{\partial C_y}=0$.

Множество точек, определяемое уравнениями

$$\frac{\partial n_\Sigma}{\partial C_y}=0,\qquad n_\Sigma = N, \tag{37}$$

следуя работе [2], назовем **нерегулярными точками**. Для рассматриваемой задачи $\frac{\partial n_\Sigma}{\partial C_y}=0$ при $C_y=0$.

В нашем случае для решения поставленной задачи воспользуемся результатами работ А. Я. Дубовицкого и А. А. Милютина [2, 3].

Согласно [2, 3] при наличии нерегулярных точек система сопряженных уравнений имеет вид

$$\begin{aligned}
&\dot{P}_\theta=-\frac{\partial \Pi}{\partial \theta},\\
&\dot{P}_H=-\frac{\partial \Pi}{\partial H}+\lambda(t)\frac{\partial n_\Sigma}{\partial H}+\frac{d\mu}{dt}\frac{\partial n_\Sigma}{\partial H},\\
&\dot{P}_V=-\frac{\partial \Pi}{\partial V}+\lambda(t)\frac{\partial n_\Sigma}{\partial V}+\frac{d\mu}{dt}\frac{\partial n_\Sigma}{\partial V},\\
&\dot{P}_L=0,\\
&\dot{P}_q=0,
\end{aligned} \tag{38}$$

здесь $\lambda(t)$ – множитель Лагранжа; $\frac{d\mu}{dt}$ – обобщенная функция. Для указанных объектов выполнены условия дополняющей нежесткости

$$\lambda(t)\left(n_\Sigma - N\right)=0,\qquad C_y\frac{d\mu}{dt}=0\,. \tag{39}$$

Случай, когда нерегулярная точка является концом траектории, не исключается.

Из (38) следует, что в нерегулярной точке (37) сопряженные переменные P_H и P_V будут испытывать скачок на величины $\mu\frac{\partial n_\Sigma}{\partial H}$ и $\mu\frac{\partial n_\Sigma}{\partial V}$ соответственно, причем $\mu>0$. В этом состоит существенное отличие нерегулярного случая от регулярного, где сопряженные переменные являются непрерывными функциями для смешанных ограничений класса $\phi(x,u)\le 0$ [2, 3].

Кроме условий (37)–(39), на оптимальной траектории должны быть выполнены условия интегрируемости множителей Лагранжа и условия нормировки (условия нетривиальности принципа максимума).

Регуляризация вырожденного принципа максимума

Одним из возможных способов построения оптимальной невырожденной траектории является изменение структуры ограничения (37). Ограничение вида (38) использовалось нами ранее для устойчивого итеративного поиска оптимальной траектории для малых значений $C_y(t)$. При этом множитель Лагранжа вычислялся по формуле (36). Изменение структуры смешанного ограничения (32) не накладывает дополнительных требований на функцию $P_\theta(t)$ в нерегулярной точке $\left(P_\theta(t_*)=0\right)$. Однако для продолжения траектории через точку t_* необходимо выполнить условие $q^\bullet(t_*)=0$. В результате мы получаем три условия на нерегулярной оптимальной траектории

$$q^\bullet(t_*)=0, \qquad P_V(T)=0, \qquad P_\theta(T)=0\,, \tag{40}$$

которые можно выполнить за счет выбора скачков сопряженных переменных и произвольных постоянных $P_V(0)$ и $P_\theta(0)$.

При таком подходе мы получаем невырожденный принцип максимума на всей оптимальной траектории.

Наличие нескольких нерегулярных точек также не приводит к вырождению принципа максимума, однако усложняет поиск оптимальной траектории.

Рассмотрим теперь другой подход к построению невырожденного принципа максимума. Для этой цели при построении функции Понтрягина (19) член $P_\theta \dfrac{C_y \rho V S}{2m}$ считаем малым параметром при достаточно малых $C_y(t)$. Тогда выражение для множителя Лагранжа $\lambda(t)$ принимает вид

$$\lambda(t)=-\frac{2kP_V}{1+2kC_x}g_0\sqrt{C_x^2+C_y^2}\,. \tag{41}$$

В этом случае условия интегрируемости $\lambda(t)$ выполняются автоматически.

В результате мы получаем невырожденный принцип максимума с нерегулярными точками. Кроме того, выражение (41) позволяет производить устойчивый итеративный поиск оптимальной траектории для малых $C_y(t)$.

Укажем еще один способ регуляризации вырожденного принципа максимума. Пусть на оптимальной траектории выполнено условие $n_\Sigma = N$ (12), тогда имеем

$$\frac{1}{2}\ln\left(C_x^2+C_y^2\right)+\ln\frac{\rho V^2 S}{2mg_0}=\ln N\,. \tag{42}$$

Рассмотрим теперь отдельно члены (42), которые связаны с управлением

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\ln\left(C_x^2+C_y^2\right)&=\ln\left[\left(C_x+C_y\right)^2-2C_yC_x\right]=\frac{1}{2}\ln\left(C_x+C_y\right)^2\left[1-\frac{2C_yC_x}{\left(C_y+C_x\right)^2}\right]=\\&=\ln\left(C_x+C_y\right)+\frac{1}{2}\ln\left[1-\frac{2C_yC_x}{\left(C_y+C_x\right)^2}\right].\end{aligned} \tag{43}$$

Полученные выражения не имеют особенностей при $C_y=0$. Последнее означает, что в этом случае множитель Лагранжа $\lambda(t)$ для ограничения (42) будет конечным. Таким образом, нерегулярная точка не накладывает никаких ограничений на сопряженную переменную $P_\theta(t)$. В результате получаем невырожденный принцип максимума.

Трехточечная краевая задача решается при фиксированном значении параметра a. При этом границы изменения параметра определяются из решения задач на минимум и максимум дальности [10]. Далее выбираем его значение из условия минимума максимального значения функционала (11).

Задача на первом этапе решалась методом продолжения решений по параметру [7]. Для прогноза последующих приближений к решению использовались методы восстановления зависимостей по накопленной информации [11]. Проводились параллельные вычисления [4, 5, 8] по всем параметрам задачи с использованием метода Соболя – Статникова [9, 12].

Библиографический список

1. Ярошевский, В. А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов / В. А. Ярошевский. – М. : Наука, 1988. – 116 с.
2. Афанасьев, А. П. Необходимое условие в принципе максимума / А. П. Афанасьев, В. В. Дикусар, А. А. Милютин, С. В. Чуканов. – М. : Наука, 1990. – 235 с.
3. Дикусар, В. В. Количественные и качественные методы в принципе максимума / В. В. Дикусар, А. А. Милютин. – М. : Наука, 1989. – 168 с.
4. Гаранжа, В. А. Параллельная реализация метода Ньютона для решения больших задач линейного программирования / В. А. Гаранжа, А. И. Голиков, Ю. Г. Евтушенко, М. Х. Нгуен // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2009. – Т. 49, № 8. – С. 1369–1384.
5. Deuflhard, P. Newton methods for nonlinear problems. Affine invariance adaptive algorithms / P. Deuflhard // Springer series in computational mathematics. – 2010. – № 35. – P. 324–328.
6. Арутюнов, А. В. Условия экстремума. Анормальные и вырожденные задачи / А. В. Арутюнов. – М. : Факториал, 1997. – 357 с.
7. Дикусар, В. В. Продолжение решений в прикладных задач оптимального управления / В. В Дикусар, М. Кошька, А. Фигура. – И. : МФТИ, 2001. – 69 с.
8. Дикусар, В. В. Минимизация конвективного и радиационного теплового потока при входе аппарата в атмосферу / В. В. Дикусар, Н. Н. Оленев // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах : материалы XIII Всерос. конф. (Н. Новгород, 14–16 ноября 2013 г.) / под ред. проф. В. П. Гергеля. – Нижний Новгород : Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. – С. 108–113.
9. Соболь, И. М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И. М. Соболь, Р. Б. Статников. – М. : Наука, 1981. – 111 с.
10. Дикусар, В. В. Оптимизация дальности полета аппарата в атмосфере с учетом ограничений / В. В. Дикусар, А. А. Шилов // Труды 4-х чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К. Э. Циолковского. – М. : Наука, 1970. – 8 с.
11. Дикусар, В. В. Кусочно-полиномиальная аппроксимация шестого порядка с автоматическим обнаружением узлов / В. В. Дикусар // Математическое моделирование. – 2014. – Т. 26, № 3. – С. 31–48.
12. Дикусар, В. В. Билинейные системы оптимального управления / В. В. Дикусар, М. Кошька, А. Фигура // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 3. – С. 3–10.

Дикусар Василий Васильевич
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник
отдела безопасности и нелинейного анализа,
Федеральный исследовательский центр
«Информатика и Управление» РАН
(Вычислительный центр им. А. А. Дородницына
Российской академии наук)
(119333, Россия, г. Москва, ул. Вавилова, 40)
E-mail: dikussar@yandex.ru

Dikusar Vasily Vasilevich
doctor of physical and mathematical sciences, professor,
chief researcher of department of security
and non-linear analysis,
Federal Research Center for computer science and management» of the Russian Academy of Sciences
(Computing center named after A. A. Dorodnitsyn
of Russian Academy of Sciences)
(119333, 40 Vavilov street, Moscow, Russia)

Кошька Марьян
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой информатики и математики,
Технолого-гуманитарный университет
им. Казимера Пулаского
(26600, Польша, Радом, ул. Мальчевского, 29)
E-mail:km@pr.radom.pl

Koshka Marjan
doctor of physical and mathematical sciences, professor,
head of sub-department of computer science
and mathematics,
Kazimierz Pulaski University
of Technologies and Humanities
(26600, 29 Mal'chevskogo street, Radom, Poland)

Фигура Адам
доктор физико-математических наук, профессор,
декан факультета математики и информатики,
Технолого-гуманитарный университет
им. Казимера Пулаского
(26600, Польша, Радом, ул. Мальчевского, 29)
E-mail: ad.figura@vp.pl

Figura Adam
doctor of physical and mathematical sciences, professor,
dean of faculty of mathematics and Informatics, Kazimierz Pulaski University
of Technologies and Humanities
(26600, 29 Mal'chevskogo street, Radom, Poland)

Аннотация. Проведено численное исследование оптимального спуска летательного аппарата с учетом ограничений. Основной целью оптимизации является минимизация максимальной температуры поверхности аппарата. Рассматривается задача о выборе угла атаки аппарата, тормозящегося в атмосфере при минимизации суммарного теплового потока с учетом ограничений на величину полной перегрузки скоростного напора. Задача решается на основе принципа максимума (регулярный случай) с учетом ограничений на перегрузку. Приведены необходимые условия экстремума в нерегулярном случае, когда оптимальная траектория содержит интервал. Осуществлена регуляризация вырожденного принципа максимума с помощью изменения структуры ограничений. Доказано, что взаимодействие различных методов решения важно для успешного рассмотрения такой задачи с большим количеством ограничений. Уменьшение температуры поверхности является значительным. Кроме того, максимальный тепловой поток и суммарный тепловой поток также можно значительно уменьшить путем оптимального выбора траектории движения. Предлагается двухэтапный метод решения задачи оптимального управления. На первом этапе определяется геометрия оптимальной траектории путем дискретизации системы обыкновенных дифференциальных уравнений и решения несобственной задачи нелинейного программирования большой размерности. На втором этапе проверяется справедливость принципа максимума для полученного решения. Для решения всех задач используются методы факторного анализа, продолжения решений по параметрам, восстановление зависимостей и прогноз последующих приближений.

Abstract. This work presents a numerical study of optimal reentry body descent with constraints. The main purpose of optimization is to minimize the maximum surface temperature of the spacecraft. We consider the problem of choosing the angle of attack of the apparatus, which is retarded in the atmosphere while minimizing the total heat flux, taking into account the limitations on the total overload of the high-speed head. The problem is solved on the basis of the maximum principle (regular case), taking into account the restrictions on overload. Necessary conditions for an extremum are given in the irregular case when the optimal trajectory contains an interval. The degenerate maximum principle is regularized by changing the structure of the constraints. It is proved that the interaction of various methods is critical for the successful consideration of this problem with a lot of restrictions. The decrease in surface temperature is significant. In addition, the maximum heat flux and total heat flux can be significantly reduced by optimal choice of the trajectory. We propose a two-stage method for solving optimal control problems. In the first stage we determine the geometry of the optimal trajectory by use the discrete system of ordinary differential equations and solving the improper task of nonlinear programming of high dimension. The second step tests the validity of the maximum principle for the solutions obtained. To solve all problems we use methods of factor analysis, continuation of solutions on parameters, recovery dependencies, and the forecast for the next approximations.

Ключевые слова: надежность, нелинейное программирование, принцип максимума, параллельные вычисления, минимум максимального нагрева.

Key words: reliability, nonlinear programming, maximum principle, parallel computing, minimum of maximum heating.

УДК 351.74.1
Дикусар, В. В.
Методы повышения надежности спускаемого аппарата / В. В. Дикусар, М. Кошька, А. Фигура // Надежность и качество сложных систем. – 2017. – № 4 (20). – С. 3–12. DOI 10.21685/2307-4205-2017-4-1.